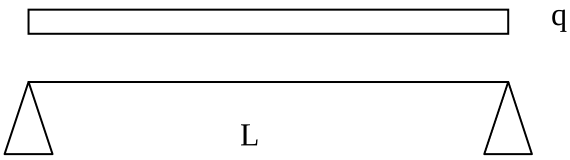
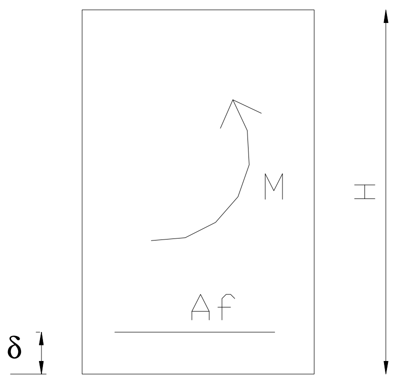
ESERCIZIO: VERIFICHE AGLI STATI LIMITE DI SERVIZIO





B = 30 cm, H = 70 cm, δ = 4 cm, L_{trave} = 5.40 m, A_f = 9.02 cm^2
Materiali:
Calcestruzzo: Rck = 250 kg cm^2, E_{cis} = 290000 kg/cm^2
Acciaio: Feb44k, E_A = 2100000 kg/cm^2
n = E_A /E_{cis} = 7.24

Carico Accidentale: q* = 1500 kg m
Peso Proprio: p = 2300 kg m
Carico totale: q = p + q* = 3800 kg m

1. VERIFICA DEFORMAZIONE T = 0 **CONDIZIONE RARA**

q = p + q* = 3800 kg m

M_{MAX} (in mezzeria) = $ql^2/8$ = 3800/100 · 540/8 = 1385100 kg cm

Calcolo del momento di fessurazione:

$$M_{cr} = \frac{BH^2}{6} * \sigma_{ct} = \frac{30 * 70^2}{6} * 19.33 = 460200 \text{ kg cm}$$

Resistenza a trazione del calcestruzzo: $\sigma_{ct} = f_{ctm} = 0.58\ Rck^{2/3}$ = 19.33 kg/cm^2

$\gamma = 1 - \beta_1\ \beta_2\ [\ Mcr/M\ ]^2$

β_1 = 1 perché uso ferri ad aderenza migliorata
β_2 = 1 perché considero carichi di breve durata (cond. Rara)

$\gamma = 1 - [4602/13851]^2 = 0.89$

- **Calcolo freccia f_1: Stadio 1 (condizione di sezione non fessurata)**

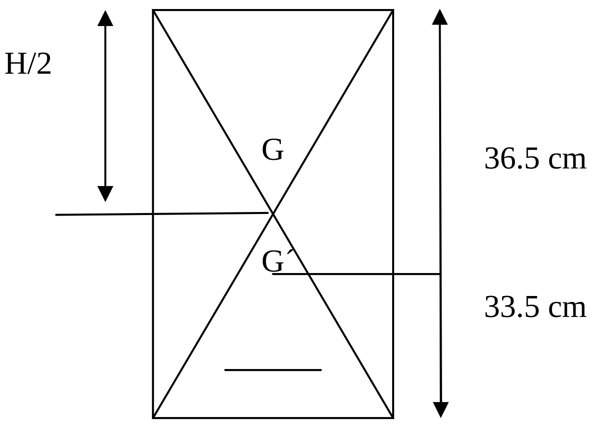
Calcolo posizione dell'asse neutro ≡ posizione baricentro della sezione omogeneizzata:
$x_g = x_c = S_n/A$ dove le distanze sono valutate rispetto lembo inferiore

$$x_c = \left[\frac{BH^2}{2} + nAf\delta\right] / \left[BH + nAf\right] = \frac{[71415 + 291]}{30 * 70 + 7.24 * 9.02} = 33.5 \text{ cm}$$

con $n \approx 7$

Quota baricentro rispetto lembo superiore = 70 – 33.5 = 36.5 cm

STADIO 1



G´= Baricentro sezione omogeneizzata (cls + acciaio)

G = baricentro geometrico

Calcolo dell'inerzia:

$$I_1 = \frac{BH^3}{12} + BH\left(\frac{H}{2} - 36.5\right)^2 + n\,A_f\,(33.5 - 4)^2 =$$

$$= \frac{30 * 70^3}{12} + 30*70\,(35 - 36.5)^2 + 7.24 * 9.02 * 29.5^2 = 886662 \text{ cm}^4$$

$$f_1 = \frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI_1} = \frac{5}{384} * \frac{3800}{100} * \frac{540^4}{290000} * \frac{1}{886662} = 0.164 \text{ cm}$$

- **Calcolo freccia f_2: Stadio 2 (Condizione di sezione fessurata)**

Calcolo posizione dell'asse neutro ≡ posizione baricentro della sezione omogeneizzata reagente:
Annullamento del momento statico rispetto baricentro della sezione omogeneizzata reagente
$S_n = 0 \Rightarrow x_c^2/2 - n\,A_f\,(h - x_c) = 0 \rightarrow 30/2\, x_c^2 - 7.24 \cdot 9.02\,(66 - x_c) = 0$

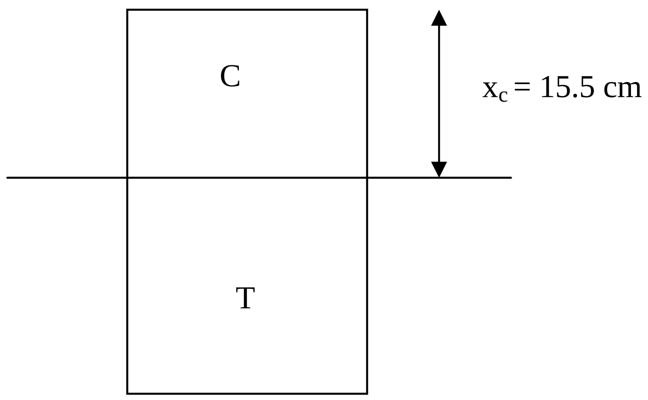
$\rightarrow 15\, x_c^2 + 73\, x_c - 4730 = 0 \;\rightarrow x_c = 15.5$ cm

Calcolo dell'inerzia:

$$I_2 = Bx_c^3/3 - n\,A_f\,(h - x_c)^2 = 30/3\, x_c^2 + 7.24 \cdot 9.02\,(66 - x_c)^2 = 245502 \text{ cm}^4$$

$$f_2 = \frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI_2} = \frac{5}{384} * \frac{3800}{100} * \frac{540^4}{290000} * \frac{1}{245502} = 0.59 \text{ cm}$$

STADIO 2



- **Calcolo della freccia complessiva**

$$f = f_1 (1 – \gamma) + f_2\, \gamma = 0.164 * (1 – 0.89) + 0.59 * 0.89 = 0.543 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{L} = \frac{0.543}{540} = 0.001 < 1/500 = 0.002$$

- **Calcolo del momento di fessurazione M_{cr} con la formula corretta senza trascurare l’acciaio**

$M_{cr} = \dfrac{\sigma_{ct} I_1}{H - x_g} = \dfrac{19.33 * 886662}{70 - 36.5} = 463200$ kg cm $\cong M_{cr}$ calcolato con la formula approssimata

- **Verifica della freccia a t = ∞**

Considero una Condizione di carico quasi permanente: $\underline{q} = p + 0.20\, q = 0.2 \cdot 1500 + 2300 = 300 + 2300 = 2600$ kg m

$M_{max} = \underline{q} l^2/8 = 2600/100 * (540)^2/8 = 947700$ kg cm

$n = \dfrac{2100000}{290000/3} = 7.24 \cdot 3 \cong 21.7$

M_{cr} è lo stesso

$\gamma = 1 – \beta_1\beta_2 (M_{cr}/M)^2 = 1 – 0.5 (460200/947700)^2 = 0.88 \Rightarrow (1 – \gamma) = 0.12$

dove $\beta_1 = 1$ e $\beta_2 = 0.5$ per carichi lunga durata (condizione di carico quasi permanente).
L'inerzia I_1 trascurando il contributo delle armature resta la stessa.

$$f_1 = \frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI_1} = \frac{5}{384} * \frac{2600}{100} * \frac{540^4}{290000/3} * \frac{1}{886662} = 0.34 \text{ cm}$$

L'inerzia I_2 va invece ricalcolata:
$S_n = 0 \Rightarrow x_c^2/2 - n A_f (h - x_c) = 0 \rightarrow 30/2\, x_c^2 - 21.7 \cdot 9.02 (66 - x_c) = 0$

$\rightarrow 15\, x_c^2 + 195.7\, x_c - 12918 = 0 \rightarrow x_c = 23.5$ cm

$I_2 = Bx_c^3/3 - n A_f (h - x_c)^2 = 30/3\, x_c^2 + 21.7 \cdot 9.02 (66 - x_c)^2 = 483323 \text{ cm}^4$

$$f_2 = \frac{5}{384} * \frac{ql^4}{EI_2} = \frac{5}{384} * \frac{2600}{100} * \frac{540^4}{290000/3} * \frac{1}{483323} = 0.62 \text{ cm}$$

$$f = f_1 (1 - \gamma) + f_2\, \gamma = 0.34 * (1 - 0.88) + 0.62 * 0.88 = 0.59 \text{ cm}$$

$$\frac{f}{L} = \frac{0.59}{540} = 0.0011 < 1/250 = 0.004$$

2. VERIFICA FESSURAZIONE T = 0 <u>CONDIZIONE RARA</u>

$w_m = \varepsilon_{fm} \cdot s_{rm}$
$s_{rm} = 50 + 0.25\ K_1\ K_2 \cdot \Phi/\rho$

$K_1 = 0.5$ per Flessione
$K_2 = 0.8$ per barre aderenza migliorata
$\Phi = 12$ mm
$A_{ct,eff} = 2.5 \cdot B \cdot \text{copriferro} = 2.5 \cdot 30 \cdot 4 = 300\ cm^2$
$\rho = A_f/A_{ct,eff} = 9.02/300 = 0.031$

$s_{rm} = 50 + 0.25 \cdot 0.5 \cdot 0.8 \cdot 12/0.031 = 89$ mm

$$\varepsilon_{fm} = \frac{\sigma_f}{E_f} * \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right]$$

M = M_{max} corrispondente alla condizione RARA: è stato già calcolato per le frecce:
M = 1385100 kg cm

$$\gamma = \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2\right] = 0.89 \text{ come già calcolato per frecce a T = 0}$$

$$\sigma_f = \frac{nM}{I_2}(h - x_G) = \frac{7.24 * 1385100}{245502}(66 - 15.5) = 2063\ kg/cm^2$$

$$\varepsilon_{fm} = \frac{2063}{2100000} * 0.89 = 0.000874$$

$w_m = \varepsilon_{fm} \cdot S_{rm} \Rightarrow w_m = 0.000874 \cdot 89 = 0.078$ mm

$w_k = 1.7 \cdot w_m = 1.7 \cdot 0.078 = 0.13$ mm